

スネーク理論 (動的輪郭法)

1. はじめに

対象物を検出するには直接的に面として検出(以下、面検出)する直接検出法とエッジ検出をしてそれを境界と捉えるような線として検出(以下、線検出)する間接検出法があります。しかしながら、画像の S/N 比が悪いときは面検出が安定しないことや線検出ではその一部しか検出できない場合があります。このような場合、線検出を使って出来る限り検出してから、検出不可であった部位を推定することが一般的です。対象物が直線や円弧等のパラメトリックな形状をしている場合はそれを陽に用いたアプローチも可能ですが、不定形状だった場合の推定は非常に困難となります。その際に有効なアルゴリズムとしてスネーク理論があります。

図 1-1 に示したように、一般的なスネーク理論では状態 s を独立変数(多次元)としたエネルギー関数 $E(s)$ を考え、 $E(s)$ を極小化する s の導出が目的となります。

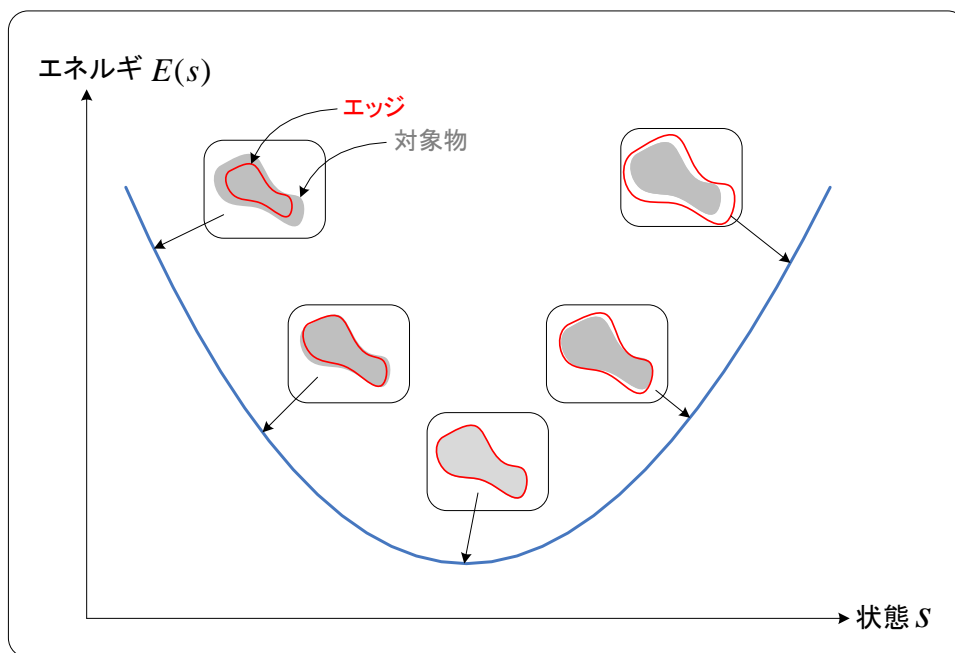


図 1-1

$E(s)$ は対象物内部にエッジが検出されたり、逆に外部に検出されたりした場合にはエネルギーが大きくなり、最適検出された場合にそのエネルギーが最小となるように定義します(その逆にエネルギーを最大化する方法もあります)。

2. スネーク理論の概要

スネーク理論は不定形状の対象物に対するアルゴリズムとして最適です。1988年に *kass* らによって提案されたエネルギー最小化原理に基づく動的輪郭線モデルです。スネークの実体はスプライン曲線であり、形状はエネルギー関数によって決定します。形状は一意に決まるものでなく多様性があります。

図 2-1 に示したように、対象物を取り囲むように設定した曲線 $Snakes_0$ に対し、 $Snakes_1$ 、 $Snakes_2$ のように徐々に収縮させ、最終的に $Snakes_3$ のように形状を捕捉するものです。ちなみに、ここでは3回の収縮で形状を捕捉していますが、実用上はある条件を満足するまで繰り返しますので、収縮回数が多くなることもあります。言うまでも無く、収縮方向だけでなく拡大方向も定義されます。

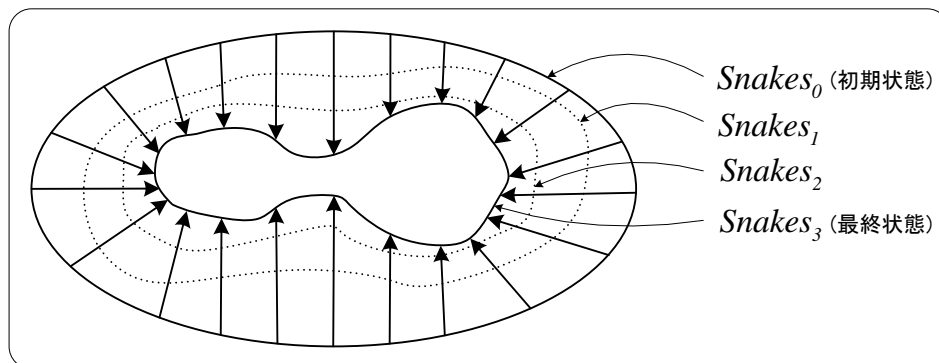


図 2-1

前述のように、曲線形状に対応したエネルギーの概念を導入し、そのエネルギーが最小となるように曲線を変化させます。主に以下のエネルギーの概念を導入して、その総エネルギーの最小化により目的の輪郭上へ移動します。

① 内部エネルギー

局所的な伸び縮みや自身の折れ曲がりにくさから定義したエネルギーです。

② 外部エネルギー

画像中の濃度勾配等から定義したエネルギーです。

図 2-2 に示したように、その形状から以下の2種類があります。

① 開スネーク (*Open Snakes*)

図 2-2 の左に示したように曲線の始点と終点が異なる位置となっているものです。

② 閉スネーク (*Close Snakes*)

同図の右に示したように曲線の始点と終点が一致しているものです。

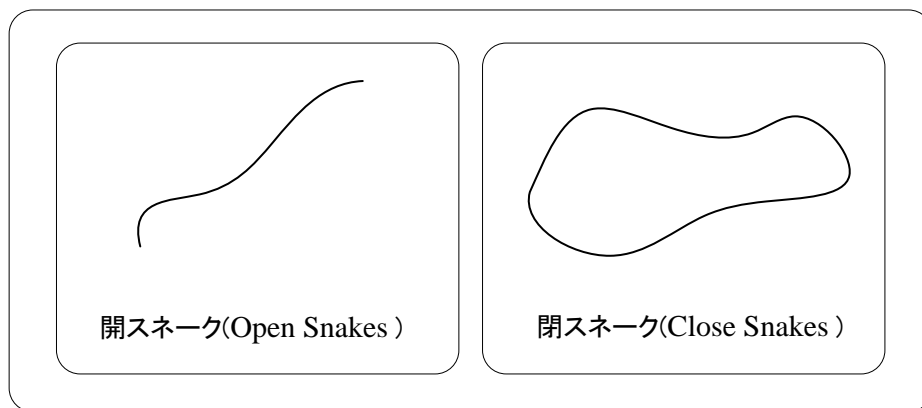


図 2-2

3. 応用例

不定形形状の捕捉に応用した例を図3-1に示します。最外周に設定した円が徐々に対象物の形状に倣っていく様子が見て取れます。

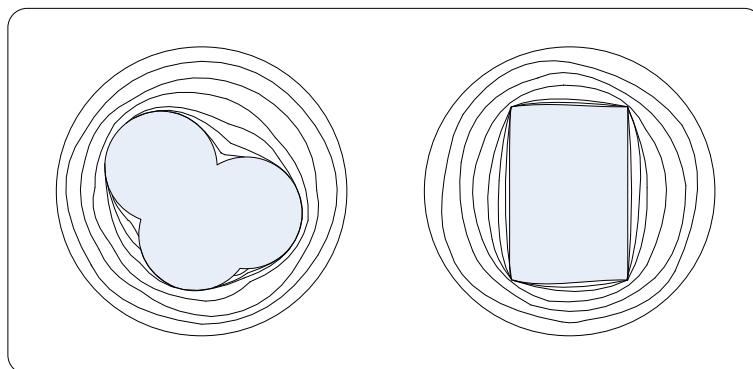


図3-1

形状の捕捉のみに留まらず、それを発展させて不定形線状対象物の幅を計測した例を図3-2に示します。

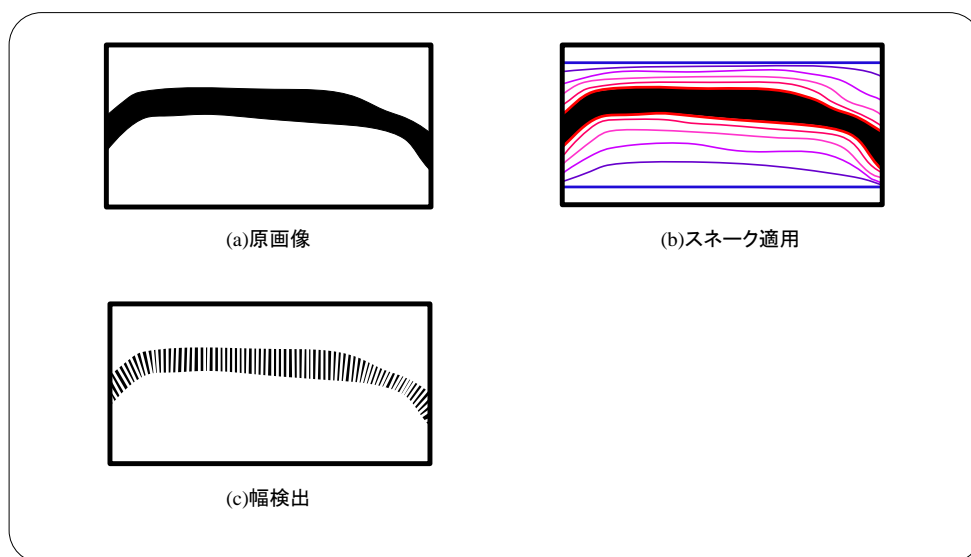


図3-2

4. スネーク理論の原理

ここでは図 4-1 を使ってスネーク理論の原理に関して説明します。

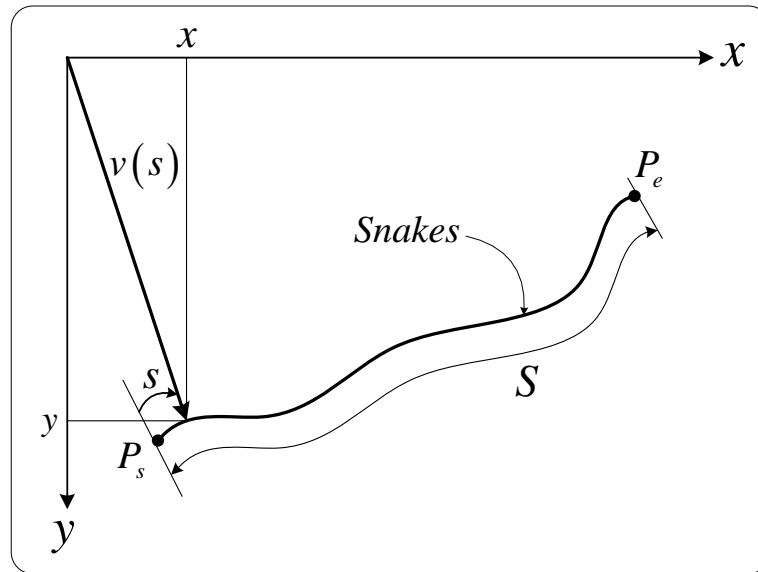


図 4-1

始点 P_s から終点 P_e へ向かい、曲線 *Snakes* に沿って始点から s だけ離れた位置のベクトルを使って以下のようにスプライン曲線を定義します。これがスネークとなります。

$$\vec{v}(s) = (x(s), y(s)) \quad (4-1)$$

このスネークに対して次のようなエネルギーの概念を導入します。

$$E_{Snakes} = \int_0^S E(\vec{v}(s)) ds \quad (4-2)$$

E_{Snakes} を最小にする $\vec{v}(s)$ を見つけ出すことで形状を捕捉します。この見出し方はいくつか方法がありますが、*Greedy Algorithm* と言われる方法が一般的です(後述)。

ここから理論を具体化します。

ここで、

$$E(s) = E(\vec{v}(s)) \quad (4-3)$$

と置き、これを(4-2)式に代入すると、

$$E_{Snakes} = \int_0^S E(s) ds \quad (4-4)$$

となります。この式中の $E(s) ds$ を E_{Snakes} の微小量 $dE_{Snakes}(s)$ の概念を導入して

$$dE_{Snakes}(s) = E(s) ds \quad (4-5)$$

とします。ここまで出てきた記号を図示すると図 4-2 ようになります。

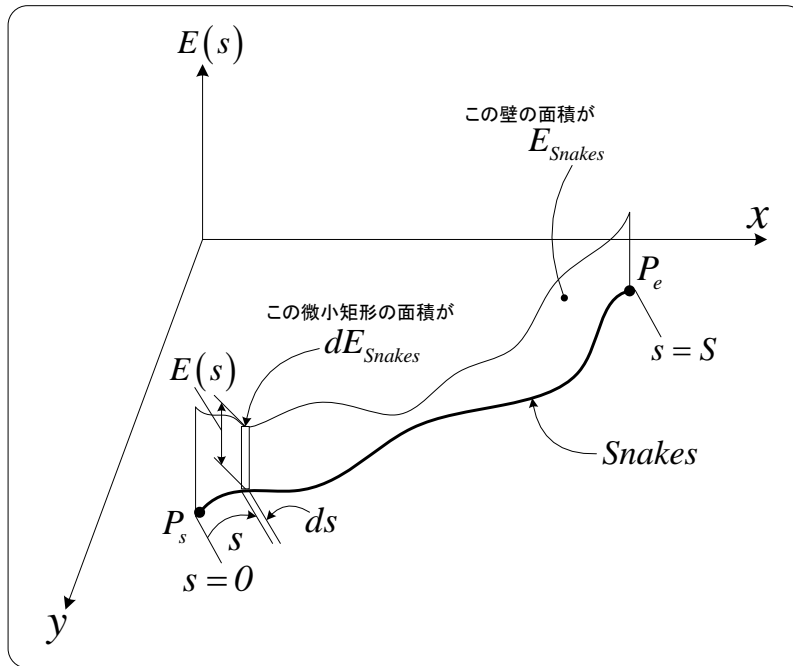


図 4-2

これを s と $E(s)$ に着目して表すと図 4-3 のようになります。

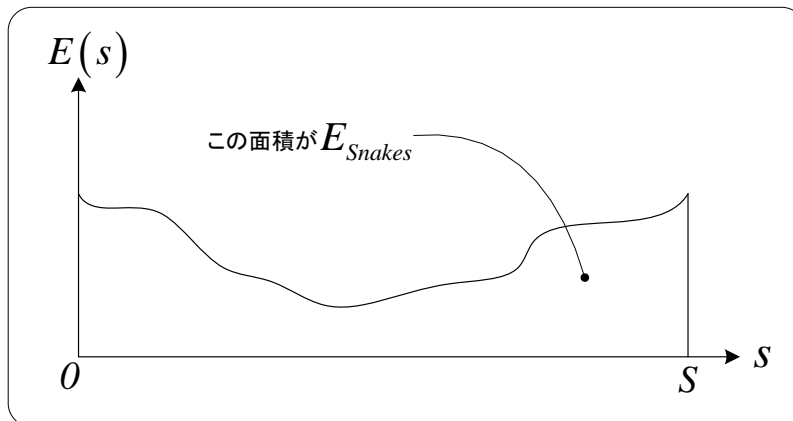


図 4-3

実際に応用する際は離散化したものになるので、

$$E_{Snakes} = \sum_{i=0}^S E_i \tag{4-6}$$

で算出することになります。これを図 4-4 に示します。

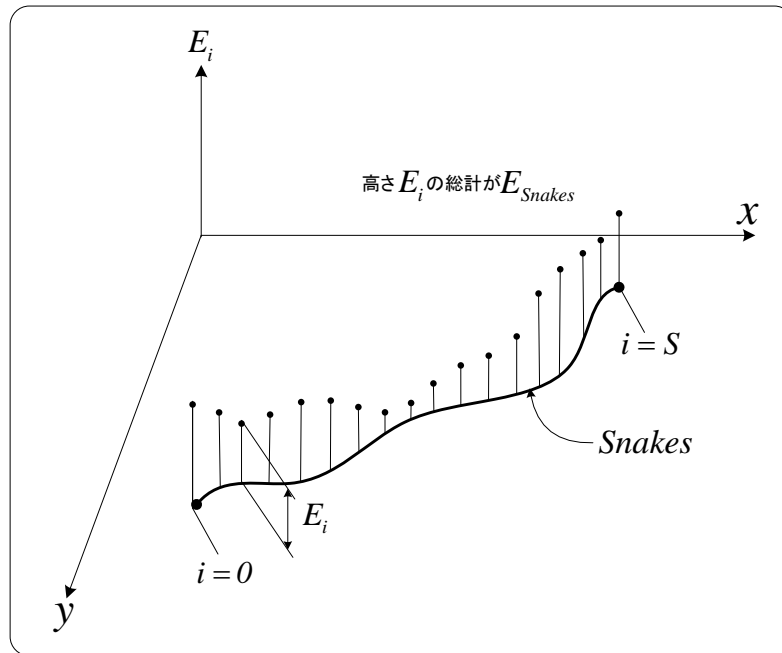


図 4-4

ここで、内容まで言及してこなかった $E(\vec{v}(s))$ を具体化します。上式において $E(\vec{v}(s))$ が持ちうる性質は次の通りです。

- 1) S が短いほどその値が小さくなる。
- 2) スネークの曲率が小さいほどその値が小さくなる。
- 3) エッジに近いほどその値が小さくなる。

このことから、以下のような概念を導入することで、上述の性質を数式へ反映させます。

- 項 1) からは長さに関するエネルギー $E_{int1}(\vec{v}(s))$ を導入してそれを最小化する。
- 項 2) からは曲率に関するエネルギー $E_{int2}(\vec{v}(s))$ を導入してそれを最小化する。
- 項 3) からは外部エネルギー $E_{ext}(\vec{v}(s))$ を導入してそれを最小化する。

これにより、

$$E(\vec{v}(s)) = E_{int1}(\vec{v}(s)) + E_{int2}(\vec{v}(s)) + E_{ext}(\vec{v}(s)) \quad (4-7)$$

と出来、

$$E_{Snakes} = \int_0^S \{ E_{int1}(\vec{v}(s)) + E_{int2}(\vec{v}(s)) + E_{ext}(\vec{v}(s)) \} ds \quad (4-8)$$

となるので、この E_{Snakes} の最小化を考えることができます。

それでは $E_{int1}(\vec{v}(s))$, $E_{int2}(\vec{v}(s))$, $E_{ext}(\vec{v}(s))$ を個別に具体化します。

(1) 内部エネルギー $E_{\text{int}1}(\vec{v}(s))$ $E_{\text{int}1}(\vec{v}(s))$ を以下のように定義します。

$$E_{\text{int}1} = \alpha(s) \cdot \|\vec{v}_s(s)\|^2 \quad (4-9)$$

ここで $\vec{v}_s(s)$ は

$$\vec{v}_s(s) = \frac{d\vec{v}(s)}{ds} \quad (4-10)$$

とします。これを離散化すると

$$\vec{v}_s(s) \approx \vec{v}_i - \vec{v}_{i-1} \quad (4-11)$$

と出来ます。 $\|\vec{v}_s(s)\|$ はスネークの長さを短くする項 ($\alpha(s)$ は後述) になります。この項の存在により、反復処理を繰り返すと、スネークは徐々に短くなっていきます。

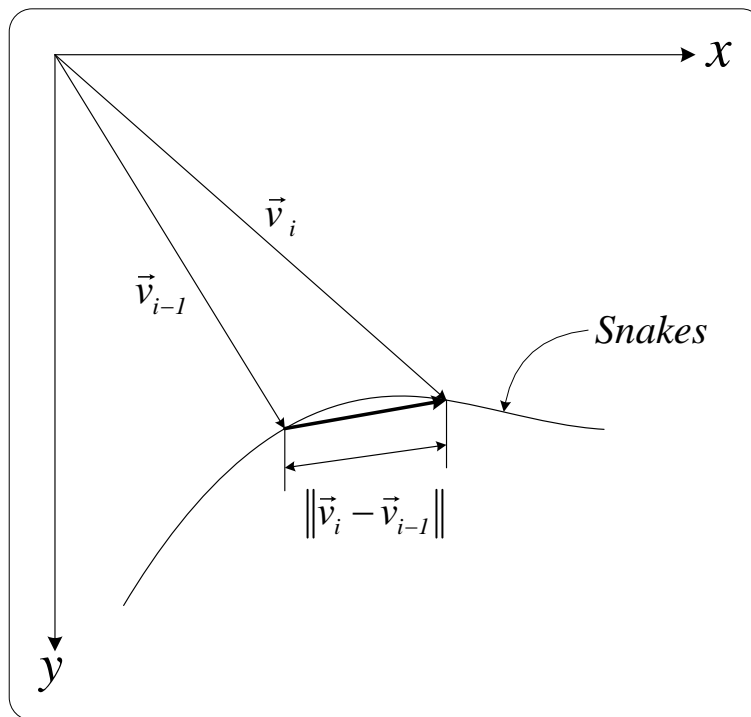


図 4-5

(2) 内部エネルギー $E_{\text{int}2}(\vec{v}(s))$ $E_{\text{int}2}(\vec{v}(s))$ を以下のように定義します。

$$E_{\text{int}2} = \beta(s) \cdot \|\vec{v}_{ss}(s)\|^2 \quad (4-12)$$

ここで $\vec{v}_{ss}(s)$ は

$$\vec{v}_{ss}(s) = \frac{d^2\vec{v}(s)}{ds^2} \quad (4-13)$$

とします。この式を離散化すると

$$\vec{v}_{ss}(s) \approx \vec{v}_{i-1} - 2\vec{v}_i + \vec{v}_{i+1} \quad (4-14)$$

とできます。右辺は

$$\vec{v}_{i-1} - 2\vec{v}_i + \vec{v}_{i+1} = (\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_i) - (\vec{v}_i - \vec{v}_{i-1}) \quad (4-15)$$

から算出しています。 $\|\vec{v}_{ss}(s)\|$ は曲率を小さくする項($\beta(s)$ は後述)です。この項の存在により、反復処理を繰り返すと、閉スネークでは円形に、開スネークでは直線に近づいていきます。

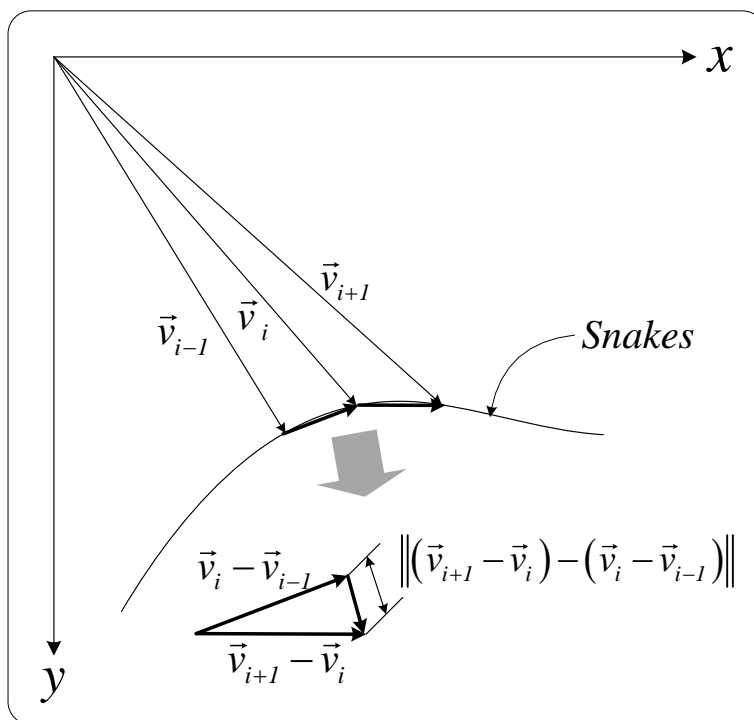


図 4-6

(3) 外部エネルギー $E_{ext}(\vec{v}(s))$

$E_{ext}(\vec{v}(s))$ を以下のように定義します。

$$E_{ext} = -w \cdot \|\nabla I(\vec{v}(s))\|^2 \quad (4-16)$$

ここで

$I(\vec{v}(s))$ は $\vec{v}(s)$ における濃度値で、 $\nabla I(\vec{v}(s))$ は $\vec{v}(s)$ から以下のように算出されるエッジとなります。

$$\nabla I(\vec{v}(s)) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} I(\vec{v}(s)) = \begin{pmatrix} \frac{\partial I(\vec{v}(s))}{\partial x} \\ \frac{\partial I(\vec{v}(s))}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (4-17)$$

よって、 $\|\nabla I(\vec{v}(s))\|$ はエッジの強さ (w は後述) となります。以上の記号を図示すると下図のようになります。

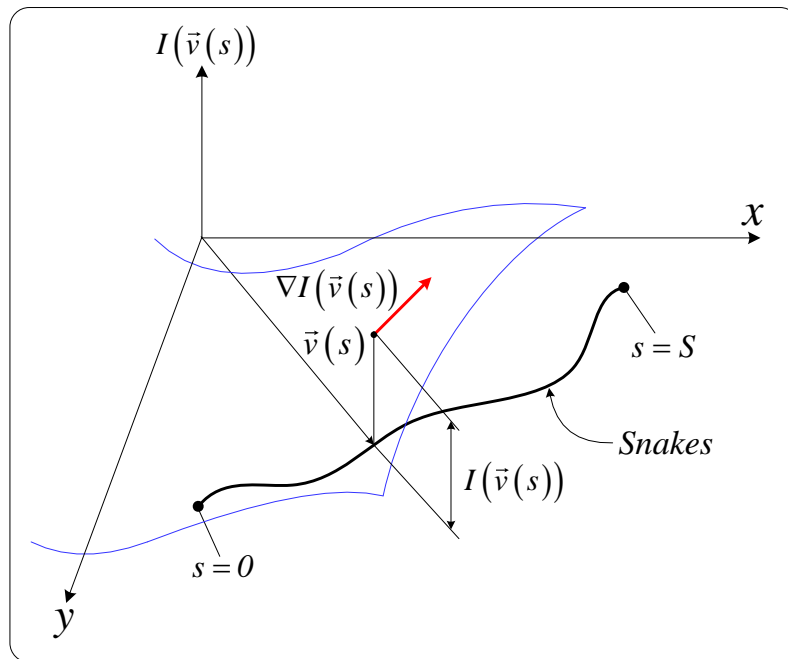


図 4-7

(4) スネークエネルギー E_{Snakes}

上述の(1)~(3)をまとめると、 E_{Snakes} は下式のようにになります。

$$\begin{aligned}
 E_{Snakes} &= \int_0^S \{ E_{int1}(\vec{v}(s)) + E_{int2}(\vec{v}(s)) + E_{ext}(\vec{v}(s)) \} ds \\
 &= \int_0^S \{ \alpha(s) \cdot \|\vec{v}_s(s)\|^2 + \beta(s) \cdot \|\vec{v}_{ss}(s)\|^2 - w \cdot \|\nabla I(\vec{v}(s))\|^2 \} ds
 \end{aligned} \tag{4-18}$$

ここで、上式右辺の各係数は以下の通りです。

- ① $\alpha(s), \beta(s), w$ は各項のエネルギー関数値に寄与する度合いを調整する係数です。
- ② 一般的に $\alpha(s), \beta(s)$ は s によらず一定とし、単なる定数 α, β として使うことが多いです。
- ③ w に負号を付してあるのはエッジ勾配が大きい程エネルギーが小さくなるように調整するためです。

(5) 拘束力エネルギー $E_{con}(\vec{v}(s))$

これまで言及しませんでしたでしたが、実はスネークのエネルギー関数には輪郭形状について特別に加えたエネルギーが定義されることがあります(下式右辺第4項に示したエネルギー)。これを拘束力エネルギーと称し、ケースバイケースで定義して使います。しかし、**FA** ではこのエネルギーはあまり使われませんのでここでは省略いたします。

$$E_{Snakes} = \int_0^S \{ E_{int1}(\vec{v}(s)) + E_{int2}(\vec{v}(s)) + E_{ext}(\vec{v}(s)) + E_{con}(\vec{v}(s)) \} ds \tag{4-19}$$

5. スネークの具体的更新法

スネークの更新法には種々ありますが、一般的に使われるのは *Greedy Algorithm* と称されるものです。この方法は更新前の $\vec{v}(s_i)$ 周辺に関して下式でエネルギーを計算してそれが最小となった位置を更新後の $\vec{v}(s_i)$ とするものです。

$$E(s_i) = E_{\text{int}1}(\vec{v}(s_i)) + E_{\text{int}2}(\vec{v}(s_i)) + E_{\text{ext}}(\vec{v}(s_i)) \quad (5-1)$$

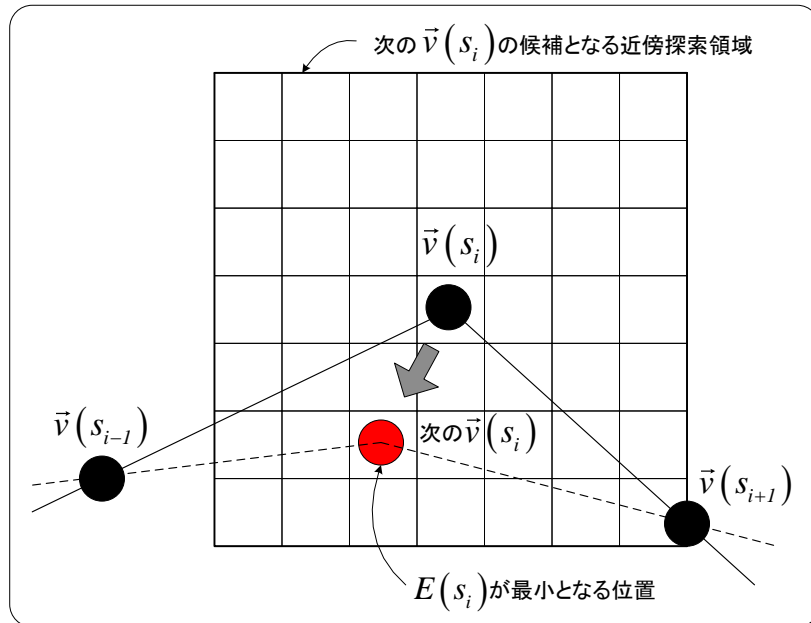


図 5-1

6. エネルギーの問題点

実際にはエネルギー関数が複雑となる場合があります、図 6-1 に示したようなローカルミニマムに陥る場合があります。

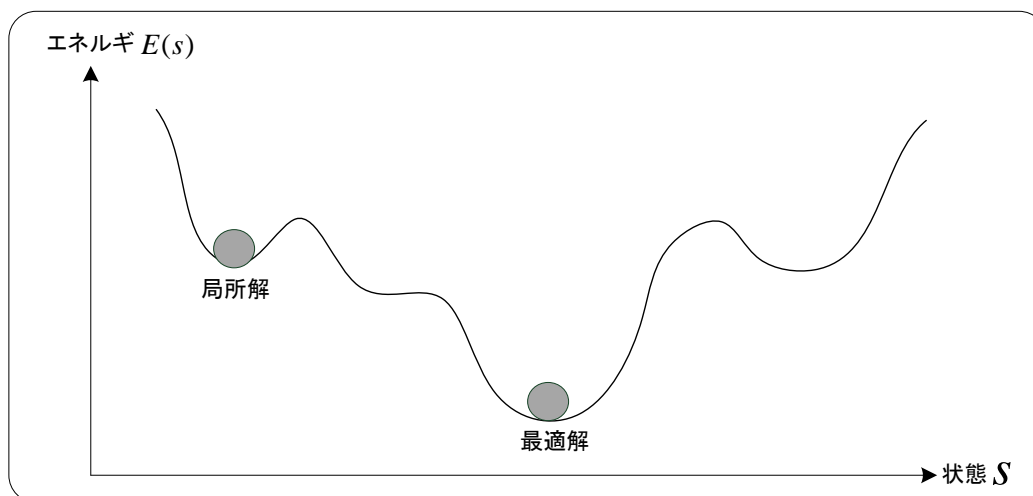


図 6-1

この問題に対応するための方法の1つとしてシミュレーテッドアニーリングがあります。シミュレーテッドアニーリングとは模擬的焼き鈍し法とも言われ、局所回避法の1つです。以下のような特徴があります。

- 1) ある確率で強制的にエネルギーが増加するようにします。
- 2) 温度の概念を導入して、温度が高ければ近傍の高い山を簡単に乗り越えるようにし、低ければ低い山しか乗り越えられないようにします。
- 3) 最初は温度を高くしておいて高い山を乗り越えるようにして、だんだんと温度を下げていくようにすると、確率的に最適解に近づくことが理論的に保証されています。
- 4) 温度の制御の仕方が重要となります。

なお、項 4) の温度の制御ですが、以下のような温度管理スケジュールが代表的なものです。

① S.Geman&D.Geman法

$$T(n) = \frac{k}{\log(1+n)} \quad (6-1)$$

② H.Szu&R.Hartley法

$$T(n) = \frac{k}{1+n} \quad (6-2)$$

ここで、 $T(n)$ は温度、 n は繰り返し回数、 k は現合せのための正定数です。

以上